

MICHAŁ ARASZKIEWICZ

W cieniu Wasona. Kontrola poprawności sylogizmu a posługiwanie się implikacją materialną

Wprowadzenie

Do truizmów należy stwierdzenie, że formalizacja okresów warunkowych występujących w języku naturalnym za pomocą implikacji materialnej prowadzi do nieintuicyjnych rezultatów. Istnieje po temu kilka powodów. Przede wszystkim zdanie mające formę implikacji materialnej jest prawdziwe zawsze, gdy fałszywy jest jej poprzednik. Prowadzi to do uznania prawdziwości chociażby dwóch następujących zdań:

Jeżeli Kraków leży na Księżycu, to Uniwersytet Jagielloński jest w Krakowie.
Jeżeli Kraków leży na Księżycu, to nieprawda, że Uniwersytet Jagielloński jest w Krakowie.

Stopień komplikacji zwiększa się, jeżeli jesteśmy zmuszeni posłużyć się regułą logiczną zawierającą implikację materialną. Regułami takimi są np. modus ponendo ponens (MPP) oraz modus tollendo tollens (MTT). Badania empiryczne wskazują, że wielu ludzi sądzi, iż MTT nie jest poprawną regułą logiczną. Potwierdzają one także, że znaczący odsetek osób uważa za poprawne następujące, logicznie błędne rozumowania: tzw. potwierdzanie poprzednika (PP) (Jeżeli A, to B. B. Zatem, A) oraz tzw. negowanie następnika (NN) (Jeżeli A, to B. Nieprawda, że A. Zatem, nieprawda, że B). Badania odnoszące się do tej problematyki są zawarte m.in. w pracach uchodzących już za klasykę nauk kognitywnych [np. Marcus, Rips 1979; por. także ogólne omówienie w Nęcka, Orzechowski, Szymura 2006, s. 455 i n.).

Wykonywanie zawodu nauczyciela akademickiego prowadzącego zajęcia z logiki pozwala na dostęp do obszernego materiału empirycznego, obejmującego zarówno prawidłowe, jak i błędne rozumowania. Rzecz jasna, specyfika danych uzyskanych w ten sposób nie pozwala na wysnucie takich wniosków, jakie można by wyprowadzić z odpowiednio przeprowadzonego eksperymentu. Poniższe rozważania należy zatem traktować jako asumpt do refleksji z zakresu zagadnień formalizacji fragmentów języka naturalnego, a może również z zakresu metodyki nauczania logiki, a nie jako „twarde” badania empiryczne. Z uwagi na fakt oparcia poniższych rozważań na materiale empirycznym, są one jednak czymś więcej niż czystą spekulacją.

Zadanie egzaminacyjne

Podstawą empiryczną dla poniższych rozważań są zapisy udanych oraz nieudanych prób rozwiązania zadania polegającego na wyprowadzeniu wniosku z przesłanek będących klasycznymi zdaniami kategorycznymi, względnie na uzupełnieniu przesłanki entymematycznej w sytuacji, w której dane są jedna z przesłanek oraz wniosek. Aby rozwiązać to zadanie, studenci powinni posłużyć się zbiorem sześciu (przy zadaniach z entymematu – siedmiu) dyrektyw poprawności sylogizmu. Prezentacja całego katalogu dyrektyw jest w tym miejscu zbędna. Aby poniższy wywód był zrozumiały, konieczne trzeba jednak przypomnieć, że zbiór klasycznych zdań kategorycznych obejmuje cztery zdania: zdanie ogólnotwierdzące (Każdy S jest P, SaP), zdanie ogólnoprzeczące (Żaden S nie jest P, SeP), zdanie szczegółowotwierdzące (Niektóre S są P, SiP) oraz zdanie szczegółowoprzeczące (Niektóre S nie są P, SoP). Procedura rozwiązania zadania polegającego na wyprowadzeniu wniosku z przesłanek (zwanego dalej zadaniem 1) wygląda następująco. Biorąc pod uwagę kształt danych przesłanek, należy wynotować cztery możliwe wnioski, a następnie stosować kolejne dyrektywy poprawności sylogizmu mogące prowadzić do eliminacji niektórych wniosków (lub do konkluzji, że wniosku nie sposób wyprowadzić z przesłanek). Wniosek (wnioski), który pozostanie niewyeliminowany pomimo zastosowania wszystkich dyrektyw, jest wnioskiem wynikającym logicznie z przesłanek. Zadanie polegające na uzupełnieniu przesłanki entymematycznej (zwane dalej zadaniem 2) rozwiązuje się analogicznie, z tym że należy wynotować osiem potencjalnych, brakujących przesłanek. Tutaj również może się okazać, że brakującej przesłanki nie da się prawidłowo uzupełnić.

Poniższe analizy dotyczą wyłącznie sposobu posługiwania się przez studentów dyrektywą czwartą oraz piątą. Dyrektywy te są podawane studentom w następującej stylizacji:

D 4. Wniosek zawsze i tylko wtedy jest przeczący, gdy jedna przesłanka jest przecząca.

D 5. Jeżeli jedna przesłanka jest szczegółowa, to wniosek jest szczegółowy; jeżeli zaś wniosek jest ogólny, to obie przesłanki muszą być ogólne [Grabowski 2004, s. 76].

Dyrektywa piąta została sformułowana w dwóch różnych stylizacjach. Drugi z okresów warunkowych ujętych w tej dyrektywie powstaje bowiem z pierwszego poprzez przekształcenie go zgodnie z następującą regułą logiki: $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$.

Tytułem uzupełnienia należy wskazać, że dyrektywy o numerach niższych od wyżej wymienionych wykluczają sytuację, w której obie przesłanki są przeczące (ponieważ co najmniej jedna musi być twierdząca), oraz sytuację, w której obie przesłanki są szczegółowe (ponieważ jedna musi być ogólna).

Dyrektywa czwarta ma formę równoważności, podczas gdy dyrektywa piąta – implikacji. Zarówno dyrektywa czwarta, jak i dyrektywa piąta pozwalają na wyprowadzenie pewnych szczegółowych reguł postępowania, w tym reguł eliminacji potencjalnych wniosków lub przesłanek w sytuacjach, jakie mogą zaistnieć po zastosowaniu dyrektyw o niższej numeracji. Wspomniane reguły postępowania są wyszczególnione w poniższych tabelach:

Tabela 1. Reguły postępowania dla dyrektywy czwartej

Poz.	Rodzaj zadania, w jakim spotkamy się z daną sytuacją	Opis sytuacji	Reguła postępowania
1.	zadanie 1	Dane są dwie przesłanki twierdzące.	Wyliminuj potencjalne wnioski przeczące.
2.	zadanie 1	Dana jest jedna przesłanka twierdząca i jedna przecząca.	Wyliminuj potencjalne wnioski twierdzące.
3.	zadanie 2	Dana jest jedna przesłanka twierdząca i wniosek przeczący.	Wyliminuj potencjalne przesłanki twierdzące.
4.	zadanie 2	Dana jest jedna przesłanka twierdząca i wniosek twierdzący.	Wyliminuj potencjalne przesłanki przeczące.
5.	zadanie 2	Dana jest jedna przesłanka przecząca i wniosek twierdzący.	Zaprzestań rozwiązywania. Naruszona dyrektywa czwarta.
6.	zadanie 2	Dana jest jedna przesłanka przecząca i wniosek przeczący.	Dane spełniają dyrektywę czwartą. Przejdź od razu do dyrektywy piątej.

Tabela 2. Reguły postępowania dla dyrektywy piątej

Poz.	Rodzaj zadania, w jakim spotkamy się z daną sytuacją	Opis sytuacji	Reguła postępowania
1.	zadanie 1	Dane są dwie przesłanki ogólne.	Dane spełniają dyrektywę piątą. Przejdź od razu do dyrektywy szóstej.
2.	zadanie 1	Dana jest jedna przesłanka szczegółowa i jedna ogólna.	Wyliminuj potencjalne wnioski ogólne.
3.	zadanie 2	Dana jest przesłanka ogólna i wniosek ogólny.	Wyliminuj potencjalne przesłanki szczegółowe.
4.	zadanie 2	Dana jest przesłanka ogólna i wniosek szczegółowy.	Dane spełniają dyrektywę piątą. Przejdź od razu do dyrektywy szóstej.
5.	zadanie 2	Dana jest przesłanka szczegółowa i wniosek szczegółowy.	Dane spełniają dyrektywę piątą. Przejdź od razu do dyrektywy szóstej. (Brakująca przesłanka musi być ogólna).
6.	zadanie 2	Dana jest przesłanka szczegółowa i wniosek ogólny.	Zaprzestań rozwiązywania. Naruszona dyrektywa piąta.

Nietrudno zauważyć, że struktura reguł postępowania w poszczególnych sytuacjach jest różna. W przypadku dyrektywy czwartej aż cztery reguły mają charakter eliminacyjny, jedna – blokujący (należy zaprzestać rozwiązywania), a jedna nakazuje rozwiązującemu przejść dalej. W przypadku dyrektywy piątej także jedna reguła ma charakter blokujący, ale tylko dwie – eliminacyjny, natomiast aż trzy nakazują rozwiązującemu zastosować dyrektywę dalszą. W tym miejscu należy podkreślić, że trzy ostatnie reguły znajdują zastosowanie w sytuacjach pustospełnienia dyrektywy piątej, co nie będzie bez znaczenia dla naszej analizy zgromadzonego materiału.

Materiał empiryczny

Zostały zbadane trzy zestawy egzaminacyjne rozwiązywane przez studentów w latach 2007–2009. Podkreślenia wymaga, że autor niniejszego opracowania nie pełnił żadnej formalnej funkcji w związku z tymi zestawami egzaminacyjnymi (a w szczególności nie był egzaminatorem). Treść zadań tu prezentowanych została nieznacznie zmieniona względem zadań oryginalnych.

W zestawie (1) interesujące nas zadanie miało następującą postać:

Uzupełnij brakującą przesłankę w entymemacie: każdy prokurator jest prawnikiem (przesłanka); niektórzy prawnicy nie są notariuszami (wniosek).

Ponieważ dana przesłanka jest ogólnotwierdząca, a wniosek szczegółowoprzeczący, to na podstawie dyrektywy czwartej trzeba było wyeliminować potencjalne przesłanki twierdzące. Odnośnie do dyrektywy piątej należało stwierdzić, że jest ona (pusto)spełniona i przejść dalej.

Spośród 46 przystępujących do egzaminu tylko jedna osoba nie rozpoczęła rozwiązywania zadania. Spośród 45 osób, które podjęły próbę, sześć popełniło błąd w dyrektywie czwartej (osoby te nie eliminowały przesłanek), natomiast aż 19 osób błędnie zastosowało dyrektywę piątą, eliminując za jej pomocą przesłanki ogólne. Zbiory osób naruszających dyrektywę czwartą oraz piątą były rozłączne.

Zadanie z zestawu (2) brzmiało następująco:

Uzupełnij brakującą przesłankę w entymemacie: Każde przestępstwo jest karygodne (przesłanka), zatem niektóre kradzieże nie są karygodne (wniosek).

Dyrektywy prowadziły do zastosowania takich samych reguł jak w zestawie (1). Spośród 48 piszących czworo nie potrafiło podjąć się rozwiązania zadania. Pięć osób błędnie zastosowało dyrektywę czwartą, natomiast 17 – dyrektywę piątą (eliminując przesłanki ogólne). Zbiory studentów naruszających regułę czwartą i piątą były rozłączne.

Zadanie z zestawu (3) polegało natomiast na wyprowadzeniu wniosku z następujących przesłanek:

Każda apelacja jest środkiem zaskarżenia. Żaden środek zaskarżenia nie jest wyrokiem.

W tym przypadku dyrektywa czwarta miała posłużyć do eliminacji wniosków twierdzących, natomiast dyrektywa piąta, jako pusto spełniona, nie znajdowała zastosowania i należało przejść do stosowania dyrektywy szóstej. Zestaw ten otrzymało 38 osób, 2 nie udało się rozpocząć rozwiązywania, tylko 3 naruszyły dyrektywę czwartą, natomiast 11 pomyliło się w dyrektywie piątej, eliminując wnioski szczegółowe.

Obserwacje te można podsumować następująco. Badana próba objęła 124 osoby, które podjęły się rozwiązania zadania. Spośród nich 14 popełniło błąd przy stosowaniu dyrektywy czwartej, a 47 – przy stosowaniu dyrektywy piątej. W konsekwencji należy stwierdzić, że ze stosowaniem dyrektywy czwartej miało kłopot 11,3% studentów rozwiązujących zadanie, podczas gdy ze stosowaniem dyrektywy piątej – 37,9%, co jest odsetkiem znacznym. Dyrektywa piąta generowała zatem ponad trzykrotnie więcej błędów niż czwarta. Jakkolwiek sam fakt występowania różnicy na niekorzyść dyrektywy piątej intuicyjnie nie dziwi, to skala tej różnicy może już prowokować do pytań.

Omówienie wyników

Przy rozwiązywaniu zadania polegającego na wyprowadzeniu wniosku z podanych przesłanek dyrektywa piąta generowała błąd polegający na eliminacji wniosków szczegółowych w sytuacji, w której obie przesłanki zawarte w treści zadania były ogólne. Należy w tym miejscu postawić pytanie, dlaczego studenci popełniali ten błąd. Można twierdzić, że stosowali oni logicznie błędną regułę negowania następnika. Przypomnijmy, że dyrektywa piąta brzmi następująco:

Jeżeli jest jedna przesłanka szczegółowa, to wniosek jest szczegółowy.

Studenci wiedzieli jednak, że obie przesłanki są ogólne. Negowali zatem poprzednik implikacji w dyrektywie piątej:

Obie przesłanki są ogólne = Nieprawda, że jest jedna przesłanka szczegółowa.

W konsekwencji negowali również następnik dyrektywy piątej, twierdząc, że:

Wniosek jest ogólny = Nieprawda, że wniosek jest szczegółowy.

Na podstawie przedstawionego rozumowania eliminowali więc wnioski szczegółowe.

Być może jednak bardziej przekonująca jest inna hipoteza. Przypomnijmy, że w drugiej z zaproponowanych stylizacji dyrektywa piąta brzmi:

Jeżeli wniosek jest ogólny, to obie przesłanki muszą być ogólne.

Prawdopodobnie studenci interpretowali tę implikację jako równoważność i wyprowadzali ogólność wniosku, opierając się na fakcie, że dwie dane przesłanki były ogólne. Posługiwali się tym samym błędnym schematem potwierdzania poprzednika.

W zadaniach polegających na uzupełnieniu brakującej przesłanki w entymemacie osoby stosujące błędnie dyrektywę piątą naruszały ją w następujący sposób. Dana

przesłanka była ogólna, a wniosek szczegółowy. Studenci zakładali więc, że poszukiwana przesłanka musi być szczegółowa, a w konsekwencji eliminowali przesłanki ogólne. Tutaj również można sformułować hipotezę tłumaczącą takie zachowanie egzaminowanych. Po pierwsze, nie można wykluczyć, że stosowali oni do dyrektywy piątej błędny schemat potwierdzania poprzednika implikacji:

Jeżeli jest jedna przesłanka szczegółowa, to wniosek jest szczegółowy.

Wniosek jest szczegółowy

Zatem: jedna przesłanka jest szczegółowa.

Wobec faktu, że dana przesłanka była ogólna, studenci eliminowali potencjalne przesłanki ogólne. Traktowali oni zatem dyrektywę piątą tak, jak gdyby była ona równoważnością.

Nietrudno zauważyć, że rozkład odpowiedzi błędnych i prawidłowych odpowiada co do zasady wynikom klasycznego zadania selekcyjnego Wasona [Wason 1968; por. także Stenning, van Lambalgen 2001]. Z uwagi na fakt, że eksperyment ten jest dobrze znany, wystarczy wspomnieć w tym miejscu tylko najważniejsze jego elementy. Studentom zaprezentowano cztery karty z symbolami: A, G, 6 i 9. Badani zostali poproszeni o wskazanie tych kart, które należy odsłonić, by sprawdzić, czy przedstawione im karty spełniają regułę: „Jeżeli z jednej strony karty jest samogłoska, to po drugiej stronie jest liczba parzysta”. Największy odsetek osób badanych, bo aż 46%, popełniał błąd potwierdzania poprzednika, decydując się na odwrócenie nie tylko karty z symbolem A, lecz również karty z symbolem 6 (zamiast karty z symbolem 9). Odwrócenie karty z symbolem 6 nie ma znaczenia dla sprawdzenia poprawności podanej implikacji, ponieważ wobec faktu, że 6 jest liczbą parzystą, następnik badanej implikacji jest prawdziwy, a zatem cała implikacja jest również spełniona. Przypomnijmy w tym miejscu, że dyrektywę piątą poprawności sylogizmu naruszyło 37,9% studentów – autorów badanych prac – co stanowi wynik zbliżony do wyniku Wasona.

W konsekwencji należy stwierdzić, że częstotliwość popełnianych przez studentów błędów w stosowaniu dyrektywy piątej nie dziwi. Powstaje pytanie, jakie narzędzia dydaktyczne można by zastosować w celu zmniejszenia liczby wspomnianych błędów.

Na prowadzonych przez siebie zajęciach zwracałem szczególną uwagę na błędy w stosowaniu dyrektywy piątej. W szczególności zalecałem studentom, aby w razie wątpliwości rozpisali dyrektywę piątą oraz opis relewantnych danych zadania w języku symbolicznym klasycznego rachunku zdań, a następnie sprawdzili tautologiczność otrzymanej formuły metodą zero-jedynkową skróconą (por. opis tej metody w Grabowski 2004). Sprawdzenie to przychodziło studentom bez kłopotu, dzięki czemu potrafili – spoglądając na sprawdzoną formułę – prawidłowo stosować dyrektywę piątą. Wskazana metoda jest jednak dosyć czasochłonna. Zalecałem zatem również rozpisywanie schematu rozumowania, jakim się posługujemy w danym zadaniu, jako reguły rozumowania i następnie porównanie jej ze strukturą rozumowań ważnych (MPP, MTT) oraz błędnych (PP, NN). Porównywanie to przynosiło również korzystne skutki. Oba wskazane rozwiązania są oczywiście logicznie poprawne. Mają jednak pewną wadę: powodują one, że student nie posługuje się bezpośrednio regułą poprawności sylogizmu, lecz zapośrednicza wnioski z niej wypływające, korzystając z rozumowań stosowanych w innych typach zadań. Prowadzi to do ważnego pytania,

czy można poprawić efektywność bezpośredniego posługiwania się dyrektywą piątą przez studentów.

W szczególności należy zauważyć, że dyrektywa piąta posługuje się terminami technicznymi, takimi jak szczegółowość i ogólność zdań będących przesłankami i wnioskami. Z uwagi na specyfikę zadania nie sposób posłużyć się tutaj tzw. efektem materiału tematycznego (badani lepiej posługują się implikacją materialną, jeśli jej treść nawiązuje do kwestii znanych badanym z „życia”, np. jeżeli jest to reguła dotycząca sprzedaży alkoholu, por. zwłaszcza klasyczne teksty Griggs i Cox 1982; Cosmides 1989). Sądzę zatem, że interesującym pomysłem jest posłużenie się reprezentacją obrazową dotyczącą stosunków zakresowych. Warto zwrócić uwagę studentom, że wniosek może być „węższy” od przesłanek (w sytuacji, w której obie przesłanki są ogólne, a wniosek szczegółowy), może być z nimi „równozakresowy” (jedna przesłanka szczegółowa, a jedna ogólna; wniosek szczegółowy), w każdym razie jednak nie może być od nich „szerszy” (jedna przesłanka szczegółowa, ale wniosek ogólny)¹. Wydaje się, że studenci w ogóle mają trudności ze zrozumieniem, że wniosek rozumowania dedukcyjnego może zawierać mniej informacji niż przesłanki tego rozumowania; zazwyczaj nie mają problemów z rozumowaniami utrzymującymi zawartość informacyjną wniosku, na co wskazuje też niewielka liczba błędów w stosowaniu dyrektywy czwartej. Warto zatem na tę osobliwość rozumowania dedukcyjnego konsekwentnie zwracać uwagę.

Zakończenie

W artykule wskazałem na problemy studentów jednego z wydziałów Uniwersytetu Jagiellońskiego w posługiwaniu się dyrektywą poprawności sylogizmu mającą formę implikacji materialnej. Szczegółowo omówiłem strukturę zadania egzaminacyjnego oraz wyniki (ograniczonych) badań empirycznych. Wskazałem również, że otrzymane wyniki są zasadniczo zgodne z otrzymanymi w klasycznych eksperymentach psychologii poznawczej (zwłaszcza z wynikami zadania selekcyjnego Wasona). Sądzę, że posłużenie się reprezentacją obrazową, odwołującą się do semantyki stosunków zakresowych pomiędzy denotacjami nazw, może poprawić efektywność rozwiązywania tego typu zadań.

BIBLIOGRAFIA

- Cosmides L. (1989). *The Logic of Social Exchange: Has Natural Selection Shaped How Humans Reason? Studies with the Wason Selection Task*. „Cognition” 31, s. 187–276.
- Grabowski A. (2004). *Przewodnik do ćwiczeń z logiki dla studentów prawa*. Kraków: Księgarnia Akademicka.

¹ Pojęciem „trybu rozszerzającego” posługuje się Wojciech Suchoń, który konsekwentnie opiera teorię sylogizmu na stosunkach zakresowych pomiędzy zakresami nazw [por. Suchoń 1996; Suchoń 1999].

- Griggs R.A., Cox J.R. (1982). *The Elusive Thematic-materials Effect in Wason's Selection Task*. „British Journal of Psychology” 73, s. 407–420.
- Marcus S., Rips L. (1979). *Conditional Reasoning*. „Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior” 18, s. 199–223.
- Nęcka E., Orzechowski J. i Szymura B. (2006). *Psychologia poznawcza*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Stenning K., van Lambalgen M. (2001). *Semantics as a Foundation for Psychology. A Case Study of Wason's Selection Task*. „Journal of Logic, Language and Information” 10, s. 273–317.
- Suchoń W. (1996). *Sylogistyka. Interpretacja zakresowa*. „Dialogikon” 5, Kraków: Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego.
- Suchoń W. (1999). *Sylogistyki klasyczne*. Kraków: Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego.
- Wason P.C. (1968). *Reasoning about a Rule*. „Quarterly Journal of Experimental Psychology” 20, s. 271–281.

In the Shadow of Wason. Checking the Correctness of Syllogism and the Use of Material Implication

The goal of this article is to continue the reflection, present for a long time in literature, on the formalisation of conditionals using implications functor. The starting point for discussion is the analysis of logical errors made by Jagiellonian University students in a logic exam. I am specifically interested in the task of monitoring the accuracy of the syllogism, requiring the application of a rule that has the form of logical implication. The outcome of the analysis is in line with the conclusions drawn from Wason selection task experiments.